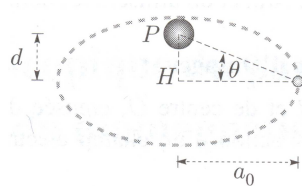


Electromagnétisme de la matièreExamen terminal- 2^{ème} session
(durée 2h)**I. Sphère diélectrique dans un champ uniforme (4 pts)**

Une sphère de rayon R d'un matériau diélectrique linéaire, homogène et isotrope (*l.h.i.*), de permittivité ϵ est soumise dans le vide à un champ appliqué \mathbf{E}_a uniforme. On admet que la polarisation volumique \mathbf{P} est uniforme à l'intérieur. Calculer \mathbf{P} en fonction de \mathbf{E}_a , ϵ et ϵ_0 . En déduire le moment dipolaire \mathbf{p} de la sphère.

II. Polarisabilité électronique de l'atome d'hydrogène.

Dans le modèle de Bohr de l'atome d'hydrogène, on suppose que l'électron a une trajectoire circulaire, de rayon a_0 , autour du proton. On admet que, sous l'action d'un champ électrique appliqué \mathbf{E}_a perpendiculaire au plan de la trajectoire, ce plan se trouve à une distance d du proton (voir figure ci-dessous).



1. Etablir la relation entre d , E_a et a_0 . (4 pts)
2. En déduire la polarisabilité de l'atome en fonction de a_0 . (2 pts)

III. Fluide à molécules non polaires (2 pts)

En utilisant le résultat du modèle de Lorentz, démontrer l'expression du vecteur polarisation \mathbf{P} en fonction de la densité N de molécules, de la polarisabilité α , de ϵ_0 et du champ électrique \mathbf{E} . Définir la correction de champ local.

IV. Modèle de Drude : électron élastiquement lié en présence d'une onde électromagnétique plane (4 pts)

On considère un électron, de masse m , de charge $-e$, lié élastiquement à une molécule du diélectrique de centre d'inertie O . On désigne par s son déplacement sous l'effet du champ électrique. L'électron est soumis à une force de rappel $-m(\omega_0)^2 s$, à une force de frottement proportionnelle à sa vitesse $-(m/\tau) ds/dt$ qui traduit l'effet de différentes causes d'amortissement de son mouvement, et à la force due à l'action du champ électromagnétique de l'onde plane. *Dans tout l'exercice, on confondra champ local et champ appliqué.* On suppose que la vitesse v de l'électron reste toujours petite devant celle de la lumière dans le vide c . On admet que la force exercée par le champ magnétique est négligeable devant celle exercée par le champ électrique.

.../...

1. Ecrire l'équation du mouvement de l'électron. Quelle est la signification physique de τ ?
2. Le champ macroscopique \underline{E} de l'onde dans le milieu est sinusoïdal. Le milieu comporte N électrons liés du même type par unité de volume et on confondra champ local et champ appliqué. Démontrer l'expression suivante de la polarisation \underline{P} en régime harmonique :

$$\underline{P} = \frac{Ne^2}{m} \frac{1}{(\omega_0^2 - \omega^2) - i\omega/\tau} \underline{E}.$$

3. En déduire les expressions de la susceptibilité complexe χ et de la permittivité relative complexe ϵ_r du diélectrique, en fonction de $\omega_p = (Ne^2 / m\epsilon_0)^{1/2}$, ω , ω_0 , et τ .
4. Quelle est la signification physique de ω_p ?

V. Propagation d'une OPPM dans la matière (4 pts)

On considère un milieu linéaire homogène et isotrope (l.h.i.), non magnétique.

1. Ecrire les 4 équations de Maxwell en notation complexe où : $\underline{E} = \underline{E}_0 \exp -i(\omega t)$, pour le cas où il n'y a ni charge, ni courant « extérieur » ou « autre ».
2. Montrer que : $\text{rot } \underline{B}_0 + i (\omega/c^2) \underline{\epsilon}_r \cdot \underline{E}_0 = \mathbf{0}$ où $\underline{\epsilon}_r$ est la permittivité complexe qui est supposée connue.
3. Montrer que $\underline{\epsilon}_r \cdot \text{div } \underline{E}_0 = 0$.
4. Montrer que l'équation précédente conduit à deux catégories d'ondes progressives : l'une de champ électrique longitudinal et l'autre de champ électrique transverse. Dans le cas transverse, en déduire l'équation d'onde et la relation de dispersion $\omega(\underline{k})$.